令和４年度　公立学校教員採用候補者選考試験問題

数　学

注意　答はすべて解答用紙の解答欄に記入すること。
第３問題以降は解法の過程も書くこと。

第１問題　次の文は、中学校学習指導要領（平成29年告示）「第２章 第３節 数学」及び高等学校学習指導要領（平成30年告示）「第２章 第４節 数学」において、数学的活動の取組について述べたものである。中学校・特別支援学校受験者はⅠ、高等学校受験者はⅡの文を読み、［ア］～［カ］にあてはまる語句を答えよ。

Ⅰ［中学校・特別支援学校受験者］

第３　指導計画の作成と内容の取扱い
１　（略）
２　（略）
３　数学的活動の取組においては、次の事項に配慮するものとする。
(1) 数学的活動を楽しめるようにするとともに、数学を学習することの意義や数学の［ア］などを実感する機会を設けること。
(2) 数学を活用して［イ］する方法を理解するとともに、自ら問題を見いだし、解決するための［ウ］を立て、実践し、その過程や結果を［エ］・改善する機会を設けること。
(3) 各領域の指導に当たっては、観察や操作、実験などの活動を通して、［オ］などの性質を見いだしたり、発展させたりする機会を設けること。
(4) 数学的活動の過程を振り返り、レポートにまとめ発表することなどを通して、その成果を［カ］する機会を設けること。

Ⅱ［高等学校受験者］

第３款　各科目にわたる指導計画の作成と内容の取扱い
１　（略）
２　（略）
３　各科目の指導に当たっては、数学を学習する意義などを実感できるよう工夫するとともに、次のような数学的活動に取り組むものとする。
(1) 日常の事象や社会の事象などを［ア］に捉え、数学的に［イ］して問題を解決し、解決の過程や結果を振り返って［ウ］する活動。
(2) ［エ］の事象から自ら問題を見いだし解決して、解決の過程や結果を振り返って［オ］・発展的に考察する活動。
(3) 自らの考えを数学的に［カ］して説明したり、議論したりする活動。

第2問題　次の問に答えよ。

問1　$\sqrt{600-12n}$ が自然数となるような自然数 n の値をすべて求めよ。

問2　図1は、AB＝4cm、AC＝6cm、∠A＝90°の直角三角形と△ABCのそれぞれの辺の長さを直径とする半円を組み合わせた図形である。この図形の面積を求めよ。

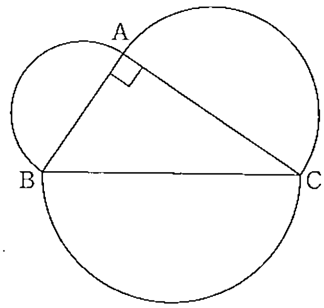

図1

問3　1個のサイコロを2回振って出た目の数を順に a、b とするとき、$10a+b$ が4の倍数または5の倍数となる確率を求めよ。ただし、サイコロはどの目が出ることも同様に確からしいものとする。

問4　次数が等しい2つの整式の、積が $2x^4-9x^3+19x-12$ で、最小公倍数が $2x^3-7x^2-7x+12$ であるとき、この2つの整式を求めよ。

問5　$x=\dfrac{\sqrt{7}+1}{\sqrt{2}}$、$y=\dfrac{\sqrt{7}-1}{\sqrt{2}}$ のとき、$\log_{\sqrt{2}}(x^2+y^2)$ の値を求めよ。

問6　θ に関する不等式 $\cos 2\theta+4k\cos\theta+k+4\geqq 0$ が常に成り立つときの k の値の範囲を求めよ。

問7　複素数 z が、$z^2+z+1=0$ を満たしているとき、$|z-2i|^2+|z+2i|^2$ の値を求めよ。

問8　確率変数Xは、0、1、2、3のいずれかの値をとり、Xの確率分布は表1のようになった。確率変数Xの標準偏差が最大となるときの p の値とそのときの標準偏差を求めよ。

表1

Xの値	0	1	2	3	計
確率	$1-p$	$\frac{1}{2}p$	$\frac{1}{4}p$	$\frac{1}{4}p$	1

数　学

次の第３問題、第４問題、第５問題は受験校種別の問題である。
・中学校・特別支援学校受験者はⅠ［中学校・特別支援学校受験者］を解答すること。
・高等学校受験者はⅡ［高等学校受験者］を解答すること。

Ⅰ［中学校・特別支援学校受験者］

第３問題

問１　中学校第２学年で平行四辺形になるための条件を学んだあと、図形の性質について考える。

図２のように、四角形ＡＢＣＤにおいて、対角線ＡＣとＢＤの交点をＯとし、Ｏを通る直線と辺ＡＢ、ＤＣの各延長線との交点をそれぞれＥ、Ｆとする。

四角形ＡＢＣＤが平行四辺形ならば、四角形ＡＦＣＥは平行四辺形であることを示すとき、中学校第２学年の学習内容をふまえて証明を記せ。

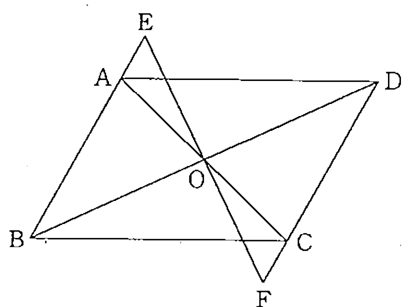

図２

問２　２つの自然数 x、y に対して、$x+y$ を７で割ると余りは６であった。また、$x-y$ を３で割ると、商は $x+y$ を７で割ったときの商と同じで、余りは２であった。x と y はどのような自然数であるか説明せよ。

第４問題

図３のように、関数 $y=x^2$ のグラフと直線 ℓ：$y=-x+a$（aは正の定数）が２点Ａ、Ｂで交わっている。直線 ℓ と x軸との交点をＣ、原点をＯとするとき、次の問に答えよ。ただし、点Ａの x座標は、点Ｂの x座標より小さいものとする。

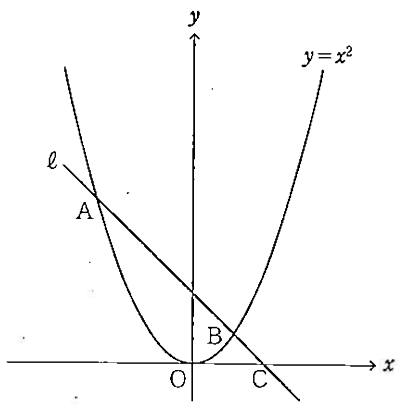

図３

問１　$a=2$のとき、点Ａ、Ｂの座標をそれぞれ求めよ。

問２　$a=2$のとき、ＡＢ：ＢＣを求めよ。

問３　△ＡＯＢと△ＢＯＣの面積比が５：４となるときの、a の値を求めよ。

第５問題

図４のように、ＡＤ＝８cm、ＣＤ＝12cmの長方形ＡＢＣＤの辺ＢＣ上にＣＥ＝５cmである点Ｅがある。線分ＤＥと対角線ＡＣとの交点をＦ、∠ＥＤＡの二等分線と対角線ＡＣとの交点をＧとする。また、直線ＤＧと辺ＡＢとの交点をＨ、直線ＤＧと辺ＣＢの延長線との交点をＩとするとき、次の問に答えよ。

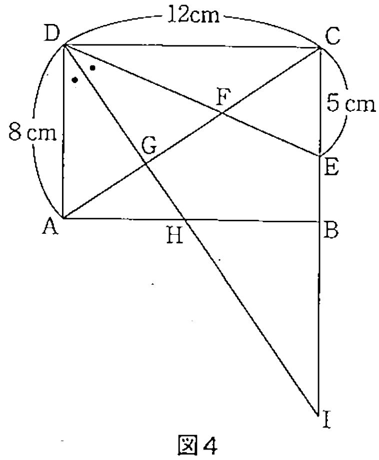

図４

問１　線分ＤＦの長さを求めよ。

問２　△ＡＧＤの面積を求めよ。

問３　△ＡＧＤを、辺ＡＤを回転軸として１回転させてできる立体の体積を V_1 とする。また、△ＣＧＩを、辺ＣＩを回転軸として１回転させてできる立体の体積を V_2 とする。このとき、$V_1:V_2$ を求めよ。

Ⅱ［高等学校受験者］

第3問題

問1　$\vec{0}$でない2つのベクトル$\vec{a}$と$\vec{b}$のなす角をθ　($0^\circ \leqq \theta \leqq 180^\circ$)　とするとき、$\vec{a}$と$\vec{b}$の内積を$\vec{a}\cdot\vec{b}=|\vec{a}||\vec{b}|\cos\theta$で定義した。この定義から、$\vec{a}$と$\vec{b}$の成分を　$\vec{a}=(a_1,\ a_2)$、$\vec{b}=(b_1,\ b_2)$　としたとき、$\vec{a}\cdot\vec{b}=a_1b_1+a_2b_2$であることを説明せよ。

問2　不等式を用いて関数の極限値を求める、いわゆる「はさみうちの原理」を使った関数の極限の求め方について学んだあと、次の【問題】に対して、生徒が【答案】を作成した。この【答案】の誤りを指摘し、高等学校での学習内容をふまえて正しい解答を記せ。

【問題】　$\lim_{x\to\infty}(x^2-x)$　を求めよ。

【答案】　$x \geqq 2$として考えればよいので、

$x \geqq 2$のとき、$x \leqq x^2-x \leqq x^2$

$\lim_{x\to\infty} x=\infty$、$\lim_{x\to\infty} x^2=\infty$

よって、はさみうちの原理より、$\lim_{x\to\infty}(x^2-x)=\infty$

第4問題　数列 $\{a_n\}$ の初項 a_1から第n項までの和S_nに対して、$a_1=1$、$S_{n+1}=\frac{1}{3}S_n-\left(\frac{1}{2}\right)^{n+1}+\frac{3}{2}$　$(n=1,\ 2,\ 3,\ \cdots)$が成り立つとき、次の問に答えよ。

問1　a_2の値を求めよ。

問2　数列 $\{a_n\}$ の一般項 a_n を n を用いて表せ。

問3　$\lim_{n\to\infty}\sum_{k=1}^{n}a_k$ の値を求めよ。

第5問題　関数$f(x)=-(x^2-2x-2)e^x$について、次の問に答えよ。

問1　関数$f(x)$の極値およびそのときのxの値を求めよ。

問2　原点を通り、曲線$y=f(x)$に接する直線のうち、接点のx座標が整数であるものをℓとする。ℓの方程式と、その接点の座標を求めよ。

問3　曲線$y=f(x)$と直線ℓ、およびy軸で囲まれた図形の面積を求めよ。