令和９年度　公立学校教員採用候補者選考試験問題

数　　学

注意　答はすべて解答用紙の解答欄に記入すること。
第２問題以降は解法の過程も書くこと。

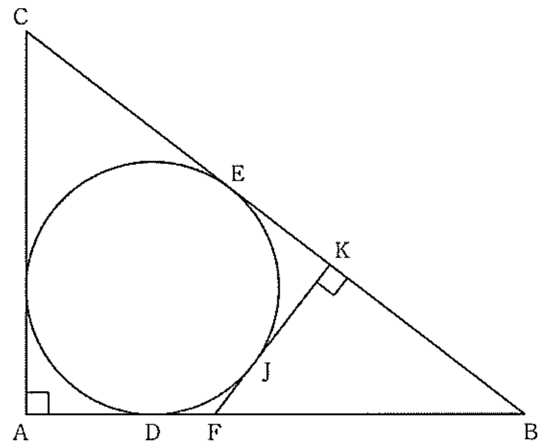
第１問題　次の問に答えよ。

問１　$k>0$ のとき、$y=\frac{1}{2}x$、$y=3x$、$y=-2x+k$ の３本の直線によって囲まれた三角形の面積が 20 になるという。このときの定数 k の値を求めよ。

問２　大中小のサイコロを同時に投げるとき、目の積が６の倍数となる確率を求めよ。

問３　下図のように円に接する３本の接線によって∠A＝90°の直角三角形ＡＢＣを作り、円と辺ＡＢ、ＢＣとの接点をそれぞれＤ、Ｅとする。線分ＤＢ上に点Ｆをとり、Ｆを通る直線がＤ以外の点Ｊで円と接するようにしたところ、直線ＦＪが線分ＥＢと点Ｋで垂直に交わったという。

ＢＦ＝５cm、ＢＫ＝４cm であるとき、円の半径の大きさを求めよ。



問４　不等式

$$2|x+1|-|x-2|<x+c$$

が解を持つような定数 c の値の範囲を求めよ。

問５　次の文章の空欄①・②に入る数を答えよ。

$0\leqq x\leqq 2\pi$ の範囲で、関数 $f(x)=-\cos 2x-\sqrt{3}\sin 2x-2\sqrt{3}\sin x+2\cos x+1$ は、$t=\sqrt{3}\sin x-\cos x$ とおくことにより $f(x)$ を t だけの式で表せる。このことを利用すれば、最小値は $\boxed{①}$ となり、そのときの x の値をすべて求めると、$x=\boxed{②}$ である。

問６　数列 $\{a_n\}$ が、

$$\begin{cases} a_1=a_2=1 \\ a_{n+2}-5a_{n+1}+6a_n=0\ (n=1,2,3,\cdots) \end{cases}$$

を満たしているとき、極限 $\displaystyle\lim_{n\to\infty}\frac{a_{n+1}}{a_n}$ を求めよ。

次の第２問題、第３問題、第４問題は受験校種別の問題である。
・中学校・特別支援学校受験者はⅠ［中学校・特別支援学校受験者］を解答すること。
・高等学校受験者はⅡ［高等学校受験者］を解答すること。

Ⅰ［中学校・特別支援学校受験者］

第２問題　次の問に答えよ。

問１　中学校３年生では、２次方程式を学習する。授業の中で、

$$x^2 = 3x$$

の２次方程式を、次のように解いた生徒がいた。

> $x^2 = 3x$
> 両辺を x で割って、
> $x = 3$
> したがって、与えられた２次方程式の解は、$x = 3$（答）

授業中に生徒のノートを確認したところ、同じ考え方をしている生徒が複数人いることがわかった。「両辺を x で割ってはいけない！」という説明だけでは生徒は納得しない。

正しい答案を書き、両辺を x で割ってはいけないことに対して、授業の中でどのような指導の工夫をするか述べよ。

問２　40人のクラス全体で、定期考査前１週間の家庭での学習時間の調査を行った。その結果、先生から、このクラスの定期考査前１週間の家庭での学習時間の平均値は15.7時間であると発表された。その結果を聞いたクラスの生徒から「データの活用」の授業の中で、「学習時間が18時間ならば平均学習時間を超えているから、クラスの中では学習時間が長いほうになる。」という発言があった。

この発言に対して、授業の中でどのような指導の工夫をするか。具体的な事例をあげて述べよ。

Ⅰ［中学校・特別支援学校受験者］

第3問題　次の問に答えよ。

問1　松江君は、中国・四国・九州沖縄地方の「県別人口」と「県別のコンビニエンスストアの店舗数」との関係を調べるために、インターネットを利用して「e-stat 政府統計の総合窓口」のページから左下の表のデータをダウンロードしたが、その際に操作を誤って岡山県の店舗数の値だけがわからなくなってしまった。岡山県の店舗数の値を予想することを試みたが、他の数値全体を見ていても相互の関係がわからないため、人口を変数 x、店舗数を変数 y とし、岡山県以外のすべての県について xy 座標平面に点 $(x,\ y)$ をとったところ、右下の図のようになった。

授業ではちょうど1次関数の基本的な内容の指導が終わり、問題演習の時間に入るところだったので、松江君から相談を受けた題材を取り上げ、授業の中で岡山県の店舗数を予想させる数学的活動を行うことにした。

あなたがどのように活動を支援するかについて具体的に述べよ。また、その数学的活動により生徒にどのような力を身につけさせたいか述べよ。

県名	人口（×10^3人）	店舗数
鳥取県	531	257
島根県	642	287
岡山県	1831	
広島県	2714	1221
山口県	1281	572
徳島県	685	326
香川県	917	405
愛媛県	1276	586
高知県	656	283
福岡県	5092	2313
佐賀県	788	365
長崎県	1252	532
熊本県	1697	781
大分県	1085	514
宮崎県	1033	424
鹿児島県	1532	675
沖縄県	1466	594

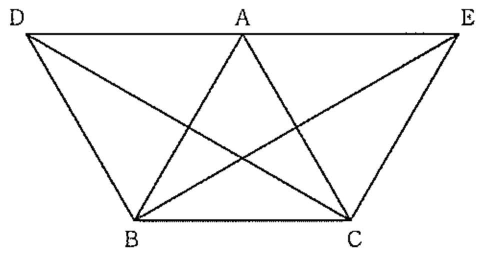
問2　3点A、B、Cの座標がA $(0,\ 6)$、B $(-2,\ 1)$、C $(2,\ 1)$ であり、2直線AB、AC上に y 座標が負である2点D、EをAD＝AEとなる位置にとって、四辺形BDECの面積が三角形ABCの面積の3倍となるようにした。また、線分AD上に点Fをとり、点Dを通る関数 $y = ax^2$ と線分EFとの交点をKとするとき、FK：KE＝3：2になった。このとき、2点E、Fを通る1次関数の式を求めよ。

数　　学	4／7枚中

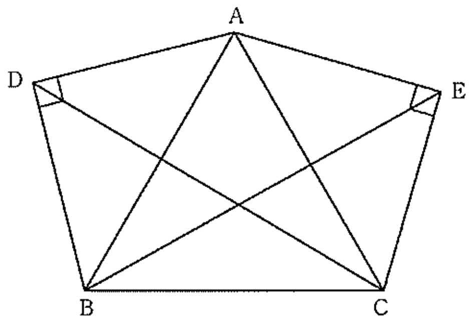
Ⅰ［中学校・特別支援学校受験者］

第４問題　次の問に答えよ。

問１　太郎君は、学校の授業で「三角形の合同条件」について学習した後、正三角形ＡＢＣの辺ＡＢ、ＡＣを一辺とする正三角形ＤＡＢ、正三角形ＥＡＣを三角形ＡＢＣの外側につくって線分ＤＣ、ＢＥを引いたときにＤＣ＝ＢＥとなることを予想し、三角形の合同条件を使って証明できた。



そのことを聞いた花子さんは、下図のように正三角形ＡＢＣの辺ＡＢ、ＡＣを一辺とする２つの直角二等辺三角形ＤＢＡ、ＥＡＣを三角形ＡＢＣの外側につくった場合でも、ＤＣ＝ＢＥとなることを太郎君に説明した。



花子さんの証明は、以下の通りである。

△ＡＤＣと△ＡＥＢについて、
△ＤＢＡと△ＥＡＣは合同な直角二等辺三角形であるから、ＡＤ＝ＡＥ　…①
△ＡＢＣは正三角形であるから、ＡＣ＝ＡＢ　…②
∠ＤＡＣ＝∠ＥＡＢ＝45°＋60°＝105°　…③
①～③より、△ＡＤＣ≡△ＡＥＢ（２辺とその間の角がそれぞれ等しい。）
　∴ ＤＣ＝ＢＥ（対応する辺の長さが等しい。）（証明終）

そのことを受けて太郎君は、自分が最初に考えた△ＤＡＢ、△ＥＡＣは正三角形という条件のままとし、△ＡＢＣの形を変えてもＤＣ＝ＢＥとなるような新しい問題をつくることを試みた。その結果、太郎君は新しい問題をつくることができ、ＤＣ＝ＢＥだけではなく、３題ともＤＣとＢＥのつくる鋭角が60°となることがわかった。

上の花子さんのつくった問題で、ＤＣとＢＥのつくる鋭角が60°であることを証明せよ。

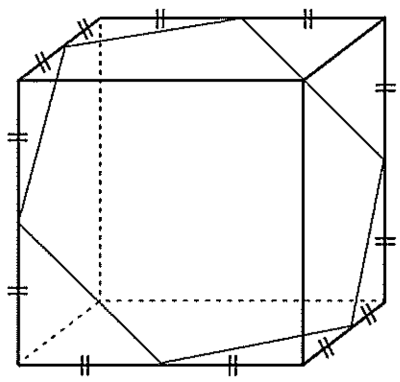
問２　問１で太郎君がつくった可能性のある問題を作成し、ＤＣ＝ＢＥ、及び、ＤＣとＢＥのつくる鋭角が60°であることを証明せよ。

Ⅱ［高等学校受験者］

第２問題　次の問に答えよ。

問１　立方体を、頂点を含まない平面で切断したときにできる切断面がどのような図形となる可能性があるのかについて興味関心を持った生徒がいた。その生徒の疑問を授業の中でクラス全体に問いかけたところ、複数の生徒から「切断面はいろいろな種類の多角形になる」という意見が出てきた。この生徒の興味関心及び複数の生徒から出た意見に基づき、この題材を取り上げて数学的活動を取り入れた授業を計画することにした。この授業を行う高等学校の単元名を示し、指導する上で工夫したり留意したりする点を具体的に述べよ。

問２　授業の中で、ある生徒から、「図のように立方体の辺上の６つの中点を結べば、その六角形が正六角形になる」という意見が出た。その生徒に理由を聞いたところ、「６つの辺の長さが等しいので正六角形になる」ということであったが、他の生徒から、「６つの辺の長さが等しい六角形が正六角形になるとは限らないし、６つの頂点が同一平面上にあるかどうかもわからない」という意見がでた。これらの生徒の意見や疑問点に対する学習支援としてどのような対応が考えられるか述べよ。また実際にこの場合、６つの頂点が同一平面上にあり、その六角形が正六角形になることを証明せよ。



Ⅱ［高等学校受験者］

第3問題　次の問に答えよ。

問1　m を実数の定数とするとき、放物線 $y=\frac{1}{4}x^2-1$ と直線 $y=mx$ が異なる２点A、Bで交わっており、A、Bにおける放物線の接線をそれぞれ l_1、l_2 とする。

m を実数全体で変化させるとき、l_1、l_2 の交点の軌跡はどのような図形になるか。軌跡の方程式を示して答えよ。

問2　直線 $y=2tx-t^2-2t+1$（t は定数）を l_t とする。

（１）t が実数全体の範囲を動くとき、直線 l_t が動く範囲を xy 座標平面上に図示せよ。

（２）t が $|t|\leqq 2$ の範囲を動くとき、直線 l_t が２回通りうる範囲の境界によって囲まれる図形の面積を求めよ。

Ⅱ［高等学校受験者］

第4問題　$p>0$とするとき、2つの曲線$y=\log x$、$y=\log(x-p)+p$について、次の問に答えよ。

問１　この２つの曲線の共通接線 l の方程式を求めよ。

問２　問１で求めた共通接線 l と曲線 $y=\log(x-p)+p$ の接点をＰとする。曲線$y=\log x$、点Ｐを通り y 軸に平行な直線及び x 軸によって囲まれる部分の面積が１になるとき、p の値を求めよ。