令和９年度　解答用紙

数　　学	１／７枚中	受験番号

Ⅰ、Ⅱのどちらかに☑をつけること。

□　Ⅰ［中学校・特別支援学校受験者］
□　Ⅱ［高等学校受験者］

第１問題

問1	$k=10\sqrt{2}$　（6点）	問2	$\frac{133}{216}$　（6点）
問3	2（cm）　（6点）	問4	$c>-2$　（6点）
問5	①　-2　（6点）	②	$\frac{\pi}{3}$、π　（6点）
問6	3　（6点）		

整理番号	

（この欄は記入しないこと）

Ⅰ［中学校・特別支援学校受験者］

第２問題

問１	（例） **【正しい答え】** $x^2=3x$ 移項して、 $x^2-3x=0$ 因数分解して、 $x(x-3)=0$ $x=0$ または $x-3=0$ したがって、$x=0$ または $x=3$ **【指導の工夫】** 中学校の２次方程式の解法では、平方根の性質を利用して $x^2=a$（$a\geqq 0$）の解を求めることや、因数分解によって一次の因数が 0 となる値を求める方法で２次方程式の解を求めることを指導している。因数分解ができない場合は、平方の形を作る（平方完成する）ことによって解の公式を導き、それを利用するようにしている。 今回の場合は、因数分解により解を求めることができる問題である。 与えられた方程式の x に 0、3 を代入することによって 0 も解であることに気づかせ、何故 $x=0$ の解を求められなかったのかを考えさせる。 ０で割ることは定義されないため、x が０である可能性がある場合は、$x^2-3x=0$ の両辺を x で割ることはできないことを指導する。 一斉で授業を行う場合、生徒の誤りを取り上げることで効果的に指導する方法がある。全体やグループでの討議などを取り入れ、間違いの原因が何なのか、間違えないようにするためにはどのような工夫や考え方が必要なのかを考えさせるようにする。 （8 点）
問２	（例） 40 人の生徒全員の学習時間のヒストグラムの形が正規分布のように左右対称に近ければ、平均値、中央値、最頻値は概ね一致するので、生徒の主張は正しい可能性がある。 一方、学習時間の分布が長い方に偏っている場合は、 (平均値)＜(中央値)＜(最頻値) となる場合があるなど、平均値のみで集団の中でのあるデータの位置を判断することは難しい。 そこで、平均値だけでは判断が難しい場合の具体例を示して指導する。 例えば、１クラス 40 人の１週間あたりの学習時間数のデータが次のような場合を示し、生徒に平均値、中央値などを求めさせる。 学習時間０時間以上２時間未満　7 人 ２時間以上４時間未満　6 人 18 時間以上 20 時間未満　1 人 20 時間以上 22 時間未満　11 人 22 時間以上 24 時間未満　15 人 このとき、平均学習時間は 15.5 時間であり、18 時間は平均学習時間を超えている。しかし、中央値は 21 時間であり、18 時間はクラスの中で学習時間が長い方であるとはいえないことを確認する。 このように、平均値だけで判断するのではなく、ヒストグラムや度数分布表をかいて全体の分布の様子を調べ、中央値や最頻値、必要ならば第１四分位数や第３四分位数の値なども考慮しながら判断することが必要であることを、具体例を示して指導する。 （10 点）

整 理 番 号	

（この欄は記入しないこと）

受験番号

Ⅰ［中学校・特別支援学校受験者］

第３問題

問１

（例）

【活動の支援】

問題文右下の xy 座標平面にかかれたすべての点（x，y）が一直線状に並んでいることに着目させ、店舗数は人口の１次関数であるとみなし、岡山県の店舗数を予測するというアイディアを生徒に気づかせる。

次に、xy 平面上の点（x，y）の並びを見て、最もあてはまりのよい直線（回帰直線）をかかせる。

そして、そのかいた直線を今までに学習してきた１次関数のグラフとみなし、グラフから岡山県の店舗数を 800 から 850 などと読み取らせる。

その後、なるべく詳しい店舗数を予測するために式を求めると便利であることに気づかせ、回帰直線の式を求めさせる。

直線をかいたり、式を求めたりする際には、計算が複雑にならないように、上記の xy 座標平面の目盛の格子点の２つを選んでグラフをかかせたり、式を求めたりさせる。

例えば、(500，250)、(5000，2250) の２点を選んだ場合、

１次関数の傾きは、　$\dfrac{2250-250}{5000-500}=\dfrac{2000}{4500}=\dfrac{4}{9}$　となる。

$y=\dfrac{4}{9}x+k$ とおくと、$250=\dfrac{4}{9}\times 500+k$ より、$k=\dfrac{2250-2000}{9}=\dfrac{250}{9}$

したがって、$y=\dfrac{4}{9}x+\dfrac{250}{9}$ となる。

この x に岡山県の人口の数値を代入して店舗数を表す y の値を求めると、　$y=\dfrac{4}{9}\times 1831+\dfrac{250}{9}\fallingdotseq 842$　となる。

グラフを用いて予測した店舗数の 800 から 850 と、このグラフを表した式から計算で求めた店舗数 824 をもう一度問題文の答えとしてどのように捉えるかを吟味させる。

【身に付けさせたい力】

表・式・グラフのそれぞれの特徴を統合的に理解し、未知の数を予測するために１次関数の考え方を活用することができる力。

（10 点）

問２

（例）

四辺形ＢＤＥＣは等脚台形である。

△ＡＢＣ∽△ＡＤＥであり、四辺形ＢＤＥＣの面積が三角形ＡＢＣの面積の３倍であるから、△ＡＢＣと△ＡＤＢの面積比は $1:4$ で、相似比は $1:2$ である。したがって、ＡＢ：ＢＤ＝$1:1$ となり、Ａ$(0,\ 6)$、Ｂ$(-2,\ 1)$ であるから、Ｄ$(-4,\ -4)$ となる。

関数 $y=ax^2$ がＤ$(-4,\ -4)$ を通るので、$a=-\dfrac{1}{4}$ である。

２点Ａ、Ｂを通る１次関数は、$y=\dfrac{5}{2}x+6$、

このグラフ上の点ＦをＦ$\left(t,\ \dfrac{5}{2}t+6\right)$ とするとき、

ＦＫ：ＫＥ＝３：２より、点Ｋの座標を求めると、

x 座標は、　$t+\frac{3}{5}(4-t)=\frac{12}{5}+\frac{2}{5}t$

y 座標は、　$\frac{5}{2}t+6+\frac{3}{5}\left(-4-\frac{5}{2}t-6\right)=\frac{5}{2}t+6+\frac{3}{5}\left(-10-\frac{5}{2}t\right)=\frac{5}{2}t-\frac{3}{2}t+6-6=t$

点Ｋは、Ｋ$\left(\dfrac{12}{5}+\dfrac{2}{5}t,\ t\right)$ である。

点Ｋが $y=-\dfrac{1}{4}x^2$ のグラフ上にあるので、

$t=-\dfrac{1}{4}\times\left(\dfrac{12}{5}+\dfrac{2}{5}t\right)^2$ を満たす t の値を求める。

$t=-\left(\dfrac{6}{5}+\dfrac{1}{5}t\right)^2$

$25t=-(6+t)^2$

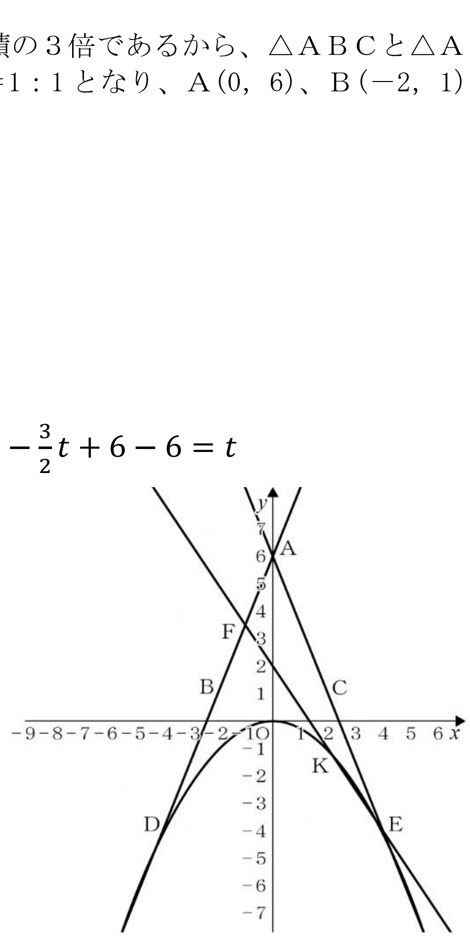
$25t=-36-12t-t^2$

$t^2+37t+36=0$

$(t+1)(t+36)=0$

$t=-1$、$t=-36$

題意を満たす t の値は、Ｆが線分ＡＤ上である条件から、$t=-1$ である。



Ｋ$(2,\ -1)$ であるから、２点Ｅ、Ｋを通る１次関数は、$y=-\dfrac{3}{2}x+2$　（答）

（10 点）

整理番号	

（この欄は記入しないこと）

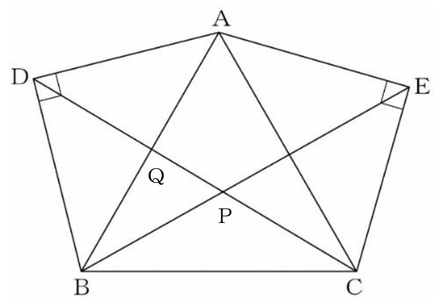
Ｉ［中学校・特別支援学校受験者］

第４問題

問１

（例）

証明：
△ＡＤＣと△ＢＤＣについて、
△ＤＢＡは直角二等辺三角形なので、ＤＡ＝ＤＢ　…①
△ＡＢＣは正三角形なので、ＡＣ＝ＢＣ　…②
共通しているので、ＤＣ＝ＤＣ　…③
①～③より、△ＡＤＣ≡△ＢＤＣ
したがって、∠ＡＣＤ＝∠ＢＣＤ　…④



線分ＤＣとＢＥの交点をＰ、線分ＤＣとＡＢとの交点をＱとする。
△ＱＢＣと△ＱＰＢで、
△ＡＤＣ≡△ＡＥＢなので、∠ＤＣＡ＝∠ＥＢＡ
④より、∠ＡＣＤ＝∠ＢＣＤ
よって、∠ＱＣＢ＝∠ＱＢＰ　…⑤
共通なので、∠ＢＱＣ＝∠ＰＱＢ　…⑥
①、②より、△ＱＢＣ∽△ＱＰＢ（２組の角がそれぞれ等しい。）
したがって、∠ＱＢＣ＝∠ＱＰＢ＝60°（対応する角の大きさが等しい。）

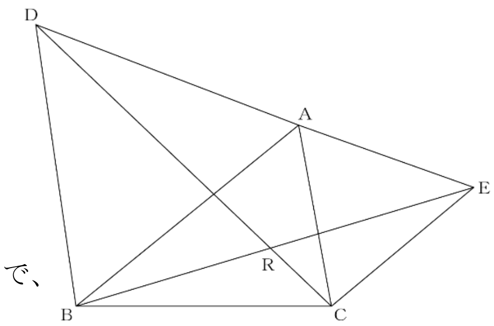
したがって、ＤＣとＢＥのつくる鋭角は 60°である。（証明終）

（10 点）

問２

（例）

【問題】
任意の△ＡＢＣの辺ＡＢ、ＡＣを一辺とする正三角形ＤＡＢ、正三角形ＥＡＣを△ＡＢＣの外側につくり、線分ＤＣ、ＢＥを引く。
このとき、ＤＣ＝ＢＥとなることを証明せよ。
また、ＤＣとＢＥのつくる鋭角は 60°となることも証明せよ。



【証明】
△ＡＤＣと△ＡＢＥについて、正三角形はすべての辺の長さが等しいので、
ＡＣ＝ＡＥ　…①
同様に、ＡＤ＝ＡＢ　…②
∠ＤＡＣ＝∠ＤＡＢ＋∠ＢＡＣ＝60°＋∠ＢＡＣ
∠ＢＡＥ＝∠ＣＡＥ＋∠ＢＡＣ＝60°＋∠ＢＡＣ
よって、∠ＤＡＣ＝∠ＢＡＥ　…③
①～③より、△ＡＤＣ≡△ＡＢＥ（２辺とその間の角がそれぞれ等しい。）
したがって、ＤＣ＝ＢＥ（対応する辺の長さが等しい。）

また、△ＡＤＣ≡△ＡＢＥなので、∠ＡＤＣ＝∠ＡＢＥ　…④
線分ＤＣとＢＥの交点をＲとすると、
④より、点Ａ，Ｄ，Ｂ，Ｒは同じ円周上にあるので、∠ＤＲＢ＝∠ＤＡＢ
△ＤＡＢは正三角形なので、∠ＤＡＢ＝60°
よって、∠ＤＲＢ＝60°
したがって、ＤＣとＢＥのつくる鋭角は 60°である。（証明終）

（10 点）

整理番号	

（この欄は記入しないこと）

令和９年度　解答用紙

数　　学	５／７枚中	受 験 番 号

Ⅱ［高等学校受験者］

第２問題

問１

（例）

【単元名】

数学Ⅰの「図形と計量」、数学Aの「図形の性質」、数学Ⅱの「図形と方程式」、数学Cの「ベクトル」など

【工夫・留意する点】

・図形の性質を数学的に表現する

平面図形の性質や空間座標などを用いて、図形の性質を数学的に表現することで、予想が正しいかどうかを判断することができることに留意させる。

・実際に切断する操作活動を行うこと

どのような切断面になる可能性があるか、また切断面にならない多角形があるのかについて予想させ、切断可能な立方体を用いて実際に切断し、様々な多角形の切断面を作ってみるという操作活動が大切である。切断可能な立方体が身近にない場合は、ICT を活用することもできる。

・根拠を持って説明できるようにすること

予想する活動だけではなく、予想した切断面の形になったり、切断面にはならない多角形があったりすることの根拠を考えさせる活動が大切である。例えば切断面が直角三角形や正五角形とはならない理由を考えさせたり、正六角形が作れることの理由を考えさせたりする学習活動が必要である。なお、グループ別探究活動をさせる学習活動も効果的である。

・新しい課題を発見させること

立方体についての考察が終わった後、正四面体、正八面体の切断面など、新しい課題の存在に気付かせることも数学的活動として大切な視点である。

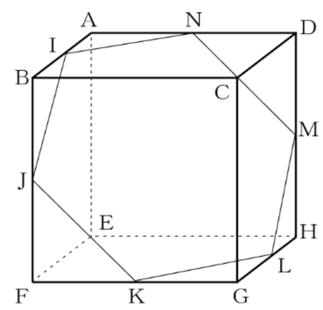
（8 点）

問２

（例）

【生徒の意見や疑問点に対する学習支援】

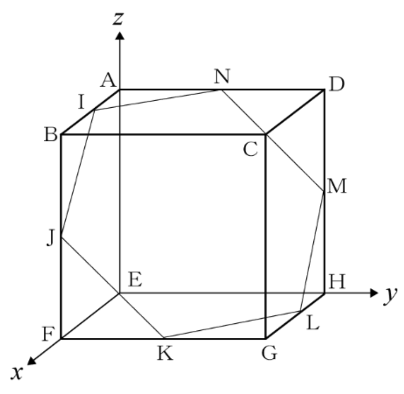
図のように、立方体ＡＢＣＤ−ＥＦＧＨのＡＢ、ＢＦ、ＦＧ、ＧＨ、ＨＤ、ＤＡの中点Ｉ、Ｊ、Ｋ、Ｌ、Ｍ、Ｎを結べば、ＩＪ＝ＪＫ＝ＫＬ＝ＬＭ＝ＭＮ＝ＮＩとなり、６つの線分の長さは等しい。



しかし、空間図形の場合、６つの線分の長さが等しいという条件だけでは、正六角形であるとはいえない。生徒から「６つの頂点が同一平面上にあるかどうかはわからない」という意見を生かし、同一平面上にあることを確認する必要があるとともに、同一平面上にあることを示すために初等幾何学やベクトルの考え方が活用できることを伝える。

【証明】

図のように xyz 直交座標軸を考え、１辺の長さが２の立方体の辺ＥＦ、ＥＨ、ＥＡが x、y、z 軸上にあるようにすれば、Ｉ(1, 0, 2)、Ｊ(2, 0, 1)、Ｋ(2, 1, 0)、Ｌ(1, 2, 0)、Ｍ(0, 2, 1)、Ｎ(0, 1, 2) となる。



このとき、

$\overrightarrow{\mathrm{IJ}}=(2,\ 0,\ 1)-(1,\ 0,\ 2)=(1,\ 0,\ -1)$

$\overrightarrow{\mathrm{IN}}=(0,\ 1,\ 2)-(1,\ 0,\ 2)=(-1,\ 1,\ 0)$ であり、

$\overrightarrow{\mathrm{IK}}=(2,\ 1,\ 0)-(1,\ 0,\ 2)=(1,\ 1,\ -2)$ より $\overrightarrow{\mathrm{IK}}=2\overrightarrow{\mathrm{IJ}}+\overrightarrow{\mathrm{IN}}$

$\overrightarrow{\mathrm{IL}}=(1,\ 2,\ 0)-(1,\ 0,\ 2)=(0,\ 2,\ -2)$ より $\overrightarrow{\mathrm{IL}}=2\overrightarrow{\mathrm{IJ}}+2\overrightarrow{\mathrm{IN}}$

$\overrightarrow{\mathrm{IM}}=(0,\ 2,\ 1)-(1,\ 0,\ 2)=(-1,\ 2,\ -1)$ より $\overrightarrow{\mathrm{IM}}=\overrightarrow{\mathrm{IJ}}+2\overrightarrow{\mathrm{IN}}$

と表されることから、点Ｋ、Ｌ、Ｍは３点Ｉ、Ｊ、Ｎが作る平面上にある。つまりＩ、Ｊ、Ｋ、Ｌ、Ｍ、Ｎは同一平面上にあり、ＩＪＫＬＭＮは六角形である。また、$\overrightarrow{\mathrm{IJ}}$と$\overrightarrow{\mathrm{IN}}$のなす角を θ とすると、

$\cos\theta=\dfrac{\overrightarrow{\mathrm{IJ}}\cdot\overrightarrow{\mathrm{IN}}}{|\overrightarrow{\mathrm{IJ}}||\overrightarrow{\mathrm{IN}}|}=\dfrac{-1}{\sqrt{2}\times\sqrt{2}}=-\dfrac{1}{2}$ だから　$\theta=120^\circ$

同様に考えるとすべての角が 120° であることもわかり、すべての辺の長さも等しいことから、ＩＪＫＬＭＮは正六角形であるといえる。

（10 点）

整 理 番 号	

（この欄は記入しないこと）

受験番号

Ⅱ［高等学校受験者］

第３問題

問１

（例）

$y=\frac{1}{4}x^2-1$ と $y=mx$ との交点の x 座標を α、β とするとき、α、β の値は、

$$\frac{1}{4}x^2-1=mx$$

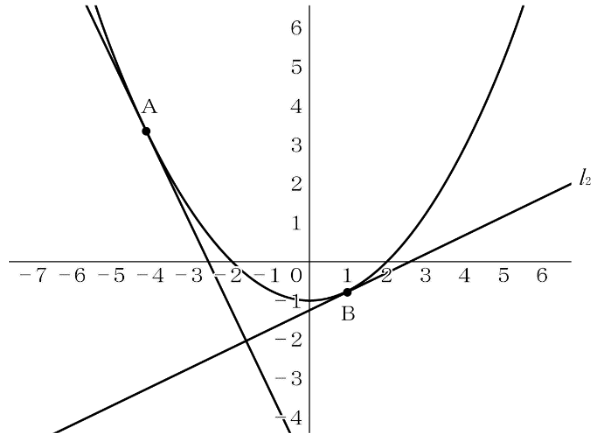
４倍して、$x^2-4mx-4=0$　…①

の２次方程式の実数解であり、判別式 $\frac{D}{4}=4m^2+4>0$ よりすべての実数 m について異なる２つの実数解をもつことがわかる。　…②

l_1、l_2 の放物線との接点の x 座標をそれぞれ α、β（$\alpha<\beta$）とするとき、l_1、l_2 の方程式を求めると、

l_1：$y-\left(\frac{1}{4}\alpha^2-1\right)=\frac{1}{2}\alpha(x-\alpha)$ より $y=\frac{1}{2}\alpha x-\left(\frac{1}{4}\alpha^2+1\right)$

l_2：$y=\frac{1}{2}\beta x-\left(\frac{1}{4}\beta^2+1\right)$



①で、解と係数の関係から、

$\alpha+\beta=4m$、$\alpha\beta=-4$　…③

交点の x 座標を求める。

$$\frac{1}{2}\alpha x-\left(\frac{1}{4}\alpha^2+1\right)=\frac{1}{2}\beta x-\left(\frac{1}{4}\beta^2+1\right)$$

$2\alpha x-\alpha^2=2\beta x-\beta^2$

$2(\alpha-\beta)x=\alpha^2-\beta^2$

$2(\alpha-\beta)x=(\alpha-\beta)(\alpha+\beta)$

$2x=(\alpha+\beta)$

$x=\frac{\alpha+\beta}{2}=2m$　（③より）

②より x はすべての実数の値をとる。

交点の y 座標を求める。③を用いると、

$$\frac{1}{2}\alpha\times\frac{\alpha+\beta}{2}-\left(\frac{1}{4}\alpha^2+1\right)=\frac{1}{2}\alpha\times\frac{\beta}{2}-1=\frac{1}{4}\alpha\beta-1=\frac{1}{4}\times(-4)-1=-2$$

したがって、x 座標すべての実数、y 座標は -2 より、求める軌跡の方程式は、$y=-2$

つまり求める軌跡は　直線 $y=-2$　（答）

（10点）

問２

（１）（例）

t が実数全体の範囲を動くときに直線 l_t が通りうる範囲の点を $(X,\ Y)$ とする。

$Y=2tX-t^2-2t+1$

$t^2+(2-2X)t+(Y-1)=0$

この t の２次方程式が実数解を持てばよいので、

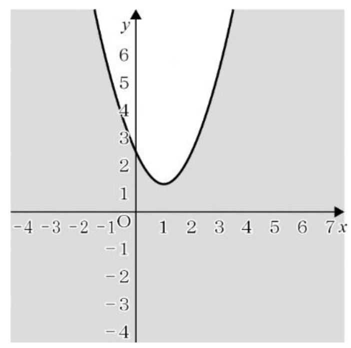
$\frac{D}{4}=(1-X)^2-(Y-1)\geqq 0$

$X^2-2X+1-Y+1\geqq 0$

$Y\leqq X^2-2X+2$

したがって、求める領域は<u>右図のアミ掛け部分</u>で、

境界（曲線 $y=x^2-2x+2$）を含む。



（２）（例）

直線 l_t が２回通りうる範囲を求めるには、

t の２次方程式 $t^2+(2-2X)t+(Y-1)=0$ が、$|t|\leqq 2$ の範囲で異なる２つの実数解をもつための $X,\ Y$ の条件を求めればよい。

$f(t)=t^2+(2-2X)t+(Y-1)$

とするとき、$\frac{D}{4}>0$ より　$Y<X^2-2X+2$　…①

$f(-2)=4-2(2-2X)+(Y-1)=4X+Y-1\geqq 0$　より　$Y\geqq -4X+1$…②

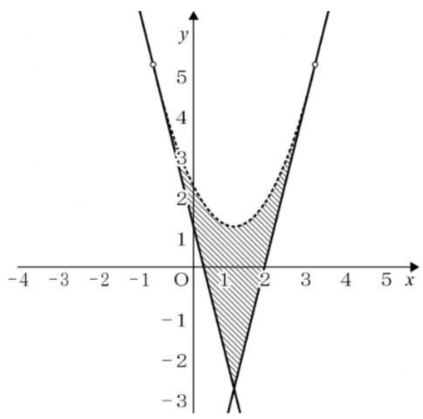
$f(2)=4+2(2-2X)+(Y-1)=-4X+Y+7\geqq 0$　より　$Y\geqq 4X-7$…③

$y=f(t)$ のグラフの頂点の x 座標の位置から、$-2<X-1<2$ より

$-1<X<3$　…④

①～④を同時に満たす範囲は図の斜線部分で、点線と白丸は含まないが、

境界によって囲まれる部分の面積は、図形の対称性から



$$2\int_{-1}^{1}\{x^2-2x+2-(-4x+1)\}\,dx=2\int_{-1}^{1}(x^2+2x+1)\,dx$$

$$=2\int_{-1}^{1}(x+1)^2\,dx=2\left[\frac{1}{3}(x+1)^3\right]_{-1}^{1}=\frac{16}{3}$$（答）

（10点）

整理番号	

（この欄は記入しないこと）

令和９年度　解答用紙

数　　学	7／7枚中	受験番号

Ⅱ［高等学校受験者］

第４問題

問1

（例）

共通接線 l と曲線 $y=\log x$ が $x=t$ で接していると仮定すると、l の方程式は、

$$y-\log t=\frac{1}{t}(x-t)$$

$$y-\log t=\frac{1}{t}x-1$$

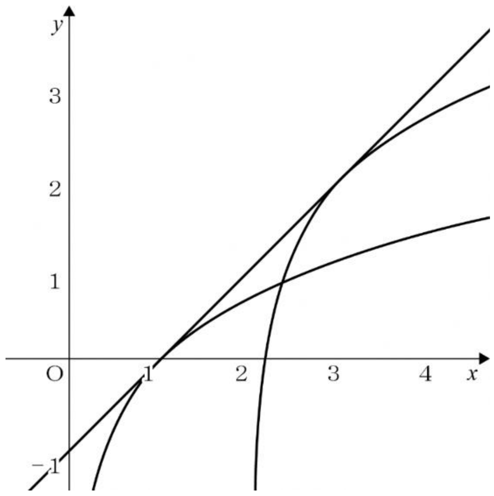
$$y=\frac{1}{t}x-(1-\log t)\quad\cdots①$$

となる。

$y=\log(x-p)+p$ と l が $x=s$ で接していると仮定すると、l の方程式は、

$$y-\log(s-p)-p=\frac{1}{s-p}(x-s)$$

$$y=\log(s-p)+p+\frac{1}{s-p}(x-s)\quad\cdots②$$



①と②の傾きが等しいので、

$$\frac{1}{t}=\frac{1}{s-p}$$

$$s=t+p\quad\cdots③$$

①と②の y 切片が等しいので、

$$\log(s-p)+p-\frac{s}{s-p}=\log t-1\quad\cdots④$$

④に③を代入して、

$$\log t+p-\frac{t+p}{t}=\log t-1$$

$$p-\frac{t+p}{t}=-1$$

$$pt-t-p=-t$$

$$pt-p=0$$

$p>0$より $t=1$　$\cdots⑤$

⑤を①に代入して、$y=x-1$（答）

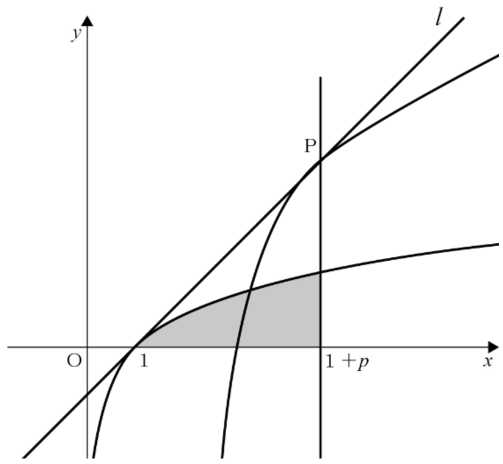
（10点）

問2

（例）

$y=\log(x-p)+p$ との接点Pの x 座標は、$\frac{1}{x-p}=1$ より、$x=1+p$

したがって、曲線 $y=\log x$ 、点Pを通り y 軸に平行な直線及び x 軸によって囲まれる部分の面積は、



$$\int_1^{1+p}\log x\,dx=[x\log x-x]_1^{1+p}$$
$$=(1+p)\log(1+p)-(1+p)+1$$
$$=(1+p)\log(1+p)-p$$

これが１になるとき、

$$(1+p)\log(1+p)-p=1$$
$$(1+p)\log(1+p)=1+p$$

$p>0$より

$$\log(1+p)=1$$
$$\therefore 1+p=e$$

よって求める p は、　$p=e-1$（答）

（10点）

整理番号	

（この欄は記入しないこと）